Fen-Edebiyat Fakültesi	**FİNAL KAĞIDI**	
Ad Soyadı:	Bölümü: Matematik	NOTU
Numarası:	Dersin Adı: Analiz 4	
İmza:	Sınav Tarihi: 13 Haziran 2019	

Her soru 20 puandır. Yanlızca beş soruyu cevaplayın. Süre 90dk.

1. $x^2+y^2-z^2=9$ yüzeyi üzerinde yer alan ve normal doğrusu $A(1,2,3)$ ve $B(7,6,5)$ noktalarından geçen doğruya paralel olan noktaları belirleyin. $\boxed{\left(\frac{-3\sqrt{3}}{2}, \frac{-2\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)}$

$\overrightarrow{AB}=(6,4,2)$

$F=x^2+y^2-z^2-9$

$\nabla F=(2x,2y,-2z)$

$\overrightarrow{AB}$ ve ∇F paralel

$\Updownarrow$

$\nabla F = k\,\overrightarrow{AB}$, $k\in\mathbb{R}$

$2x=6k \qquad x=3k$

$2y=4k \Rightarrow y=2k$

$-2z=2k \qquad z=-k$

$(3k)^2+(2k)^2-(-k)^2=9$

$k^2=9/12=3/4$

$k=\mp\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $f(x,y)=x^2+y^2-6x+6y$ fonksiyonunun orijin merkezli 2 yarıçaplı çember üzerinde mutlak minimum $\boxed{(\sqrt{2},-\sqrt{2})}$ ve mutlak maksimum $\boxed{(-\sqrt{2},\sqrt{2})}$ değerlerini aldığı noktaları belirleyin.

$g=x^2+y^2-4=0$

$\nabla f=\lambda\nabla g$.

$$\begin{cases} 2x-6=2\lambda x \\ 2y+6=2\lambda y \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x(1-\lambda)=6 \\ 2y(1-\lambda)=-6 \\ x^2+y^2=4 \end{cases}$$

$2x\cancel{(1-\lambda)}=6=-2y\cancel{(1-\lambda)}$

$x=-y$.

$x^2+(-x)^2=4$

$2x^2=4 \Rightarrow x=\mp\sqrt{2}$

$f(-\sqrt{2},\sqrt{2})=2+2+6\sqrt{2}+6\sqrt{2}$
$=4+12\sqrt{2}$.

$f(\sqrt{2},-\sqrt{2})=2+2-6\sqrt{2}-6\sqrt{2}$
$=4-12\sqrt{2}$.

3. $f(x,y)=3y^2-2y^3-3x^2-6xy$ fonksiyonunun yerel maksimum $\boxed{(-2,2)}$, yerel minimum $\boxed{}$ ve eyer $\boxed{(0,0)}$ noktalarını, varsa bulun.

$f_x=-6x-6y=0 \Rightarrow x=-y$

$f_y=6y-6y^2-6x=0 \Rightarrow 6y-6y^2+6y=0 \Rightarrow 6y(2-y)=0$

$(y=0, x=0), (y=2, x=-2)$

$f_{xx}=-6$

$f_{xy}=-6$

$f_{yy}=6-12y$

$\underline{(0,0)}$

$\Delta=-6\cdot 6-(-6)^2$
$=-72<0$

Eyer noktası.

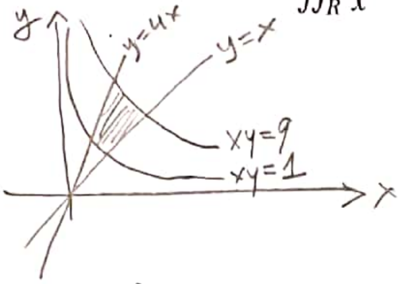
$\underline{(-2,2)}$

$\Delta=-6\cdot(-18)-36>0$

$f_{xx}<0$

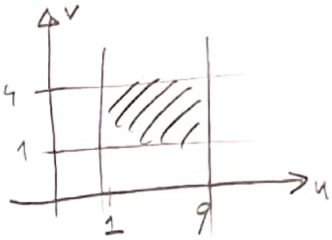
Yerel maks.

4. R, xy-düzleminin birinci bölgesinde $xy=1$, $xy=9$ hiperbolleri ve $y=x$, $y=4x$ doğruları ile sınırlanan bölge olsun. R bölgesini çizin. $\iint_R \frac{y}{x}e^{xy}\,dx\,dy$ integralini uygun bir uv dönüşümü ile hesaplayın. $\boxed{\frac{3}{2}\left(e^9-e\right)}$



$u=xy$

$v=\frac{y}{x}$.



$1\le u\le 9$

$1\le v\le 4$

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} = y\frac{1}{x} - x\left(-y/x^2\right) = 2\frac{y}{x} = 2v$$

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \frac{1}{2v} \Rightarrow \int_{u=1}^{9}\int_{v=1}^{4} ve^u\frac{1}{2v}\,dv\,du = \frac{1}{2}\underbrace{\int_{v=1}^{4} dv}_{=3}\ \underbrace{\int_{u=1}^{9} e^u\,du}_{=e^9-e}$$

5. $x^2+y^2\le 1$ silindiri, $z=0$ ve $x+y+z=2$ düzlemleri arasında kalan bölgenin hacmi $\boxed{2\pi}$ olur.

$x^2+y^2\le 1$

$0\le z\le 2-x-y$.

$\Rightarrow$

$0\le r\le 1$

$0\le\theta\le 2\pi$

$0\le z\le 2-r\cos\theta-r\sin\theta$

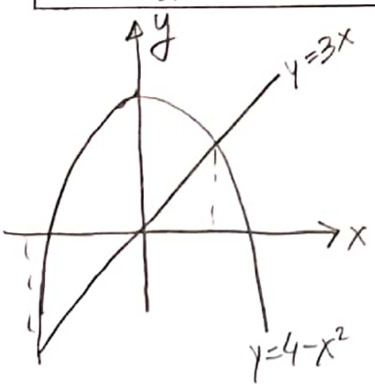
$$\text{Hacim} = \int_0^1\int_0^{2\pi}\int_0^{2-r\cos\theta-r\sin\theta} r\,dz\,d\theta\,dr$$

Zira $\int_0^{2\pi}\cos\theta\,d\theta=0$ $\int_0^{2\pi}\sin\theta\,d\theta=0$

$$= \int_0^1\int_0^{2\pi}\left(2r-r^2\cos\theta-r^2\sin\theta\right)d\theta\,dr = 2\pi\int_0^1 2r\,dr = 2\pi$$

6. R bölgesi xy-düzleminde $y=4-x^2$ ve $y=3x$ eğrileri ile sınırlanan bölge olsun. R bölgesini çizin. R bölgesi ve $z=x+4$ düzlemi ile sınırlanan katı cismin hacmini belirleyen bir üçlü integral yazın (integrali hesaplamayın).

$$\boxed{\int_{-4}^{1}\int_{3x}^{4-x^2}\int_0^{x+4} dz\,dy\,dx}$$



$4-x^2=3x$

$x^2+3x-4=0$

$(x+4)(x-1)=0$

$x=-4$

$x=1$

$$R:\begin{cases} -4\le x\le 1 \\ 3x\le y\le 4-x^2 \\ 0\le z\le x+4 \end{cases}$$